

Title	單葉函數ノ一定理ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 218 p.323-p.324
Issue Date	1941-07-03
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74870
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

940. 單葉函數ノ一定理ニ就イテ

春 木 博 (神戸高等商船)

$f(z) = \alpha + \beta z^2$ (α, β ハ複素常數, $\beta \neq 0$) ハ $R(z) > 0$ デ正則且ツ單葉デ $f'(1) = f''(1)$ デアル。

今 逆ニ $f(z)$ が $R(z) > 0$ 正則且ツ單葉デ $f'(1) = f''(1)$ トラバ、 $f(z) = \alpha + \beta z^2$ (α, β ハ複素常數, $\beta \neq 0$) トナレコトヲ証明シヨウ。

(証明) $g(\zeta) = f\left(\frac{1+\zeta}{1-\zeta}\right)$ トオケバ、 $f(z)$ が $R(z) > 0$

デ正則、單葉ナル故、 $g(\zeta)$ ハ $|\zeta| < 1$ デ正則單葉デアル。

$g(\zeta)$ ノ展開スレバ

$$g(\zeta) = f(1) + 2f'(1)\zeta + 2\{f'(1) + f''(1)\}\zeta^2 + \dots$$

シカルニ $f(z)$ ハ $R(z) > 0$ デ單葉ナル故 $f'(1) \neq 0$ デアル。 $f'(1) = f''(1) = \alpha \neq 0$ トオケバ

$$g(\zeta) = f(1) + 2\alpha\zeta + 4\alpha\zeta^2 + \dots$$

$$h(\zeta) = \frac{g(\zeta) - f(1)}{2\alpha}$$

トオケバ

$$h(\zeta) = \zeta + 2\zeta^2 + \dots$$

$g(\zeta)$ が $|\zeta| < 1$ デ、正則單葉ナル故 $h(\zeta)$ モ亦 $|\zeta| < 1$ デ正則單葉デアル。シカモ $h(\zeta)$ ハ ζ^2 ノ係數が 2 ナル故以前述べタコトニヨリ

$$h(\zeta) = \frac{\zeta}{(1-\zeta)^2}$$

オキモドセバ、結局

$$f(z) = \alpha + \beta z^2 \quad (\alpha, \beta \text{ハ複素常数}, \beta \neq 0)$$

ヲ得ル。

—— (完) ——